



***Segunda Etapa***

**SEGUNDO DIA – 2ª ETAPA**

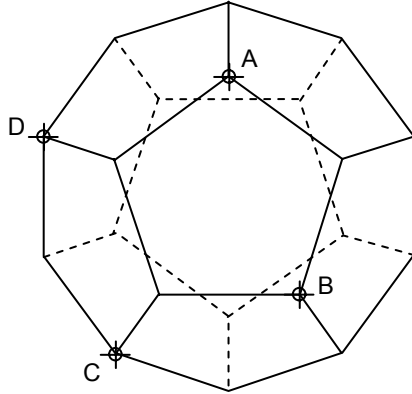
**GEOMETRIA GRÁFICA**

**COMISSÃO DE PROCESSOS  
SELETIVOS E TREINAMENTOS**



## GEOMETRIA GRÁFICA

01. A figura abaixo é uma vista ortogonal de um dodecaedro regular e A, B, C e D designam quatro dos seus vértices, indicados na figura. Sobre a figura, é correto afirmar que:



- 0-0) (ABCD) é uma figura plana.  
1-1) (ABCD) é um quadrado.  
2-2) (ABCD) é um retângulo de lados adjacentes desiguais.  
3-3) (ABCD) é um trapézio isósceles, de ângulos não retos.  
4-4) A razão entre a medida do segmento (AB) e a medida da aresta do dodecaedro é o número de ouro (0,618 ou 1,618, aproximadamente).

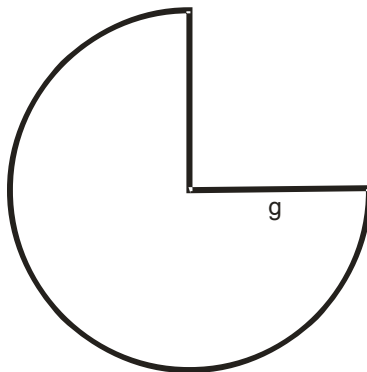
Resposta: VVFFV

Justificativa:

Medindo na figura os ângulos retos (DAB), (ABC), (BCD) e (CDA), e sabendo que um ângulo reto se projeta com  $90^\circ$  quando um de seus lados é paralelo ao plano de projeção, o candidato identificará como quadrado o quadrilátero (ABCD).

- 0-0) Verdadeira.  
1-1) Verdadeira.  
2-2) Falsa.  
3-3) Falsa.  
4-4) Verdadeira, pois o lado de um pentágono regular é o segmento áureo de sua diagonal. A razão entre eles será menor ou maior que 1 conforme se tome  $a/d$  ou  $d/a$ , sendo  $a$  e  $d$ , respectivamente, o lado e a diagonal do pentágono regular

02. A figura abaixo é a planificação da superfície lateral de um cone de revolução, de geratriz  $g$ .



Sobre tal cone, podemos afirmar:

- 0-0) O raio da base mede  $\frac{3}{4}$  de  $g$ .  
1-1) Sua altura é igual ao raio da base.

- 2-2) Seu volume é menos da metade de um cubo de aresta  $g$ .  
 3-3) Sua superfície total (incluindo a base) tem mais área que um círculo de raio  $g$ .  
 4-4) O setor circular que completaria um círculo, na figura, serviria como superfície lateral de outro cone com a terça parte do volume do primeiro cone.

Resposta: VFVVF

Justificativa:

O candidato só precisará medir o ângulo do setor circular. Reconhecendo-o como  $270^\circ$ , poderá encontrar as respostas com conhecimentos de Geometria Espacial.

0-0) Verdadeira, pois o perímetro da base é  $\frac{3}{4}$  de  $g$ .

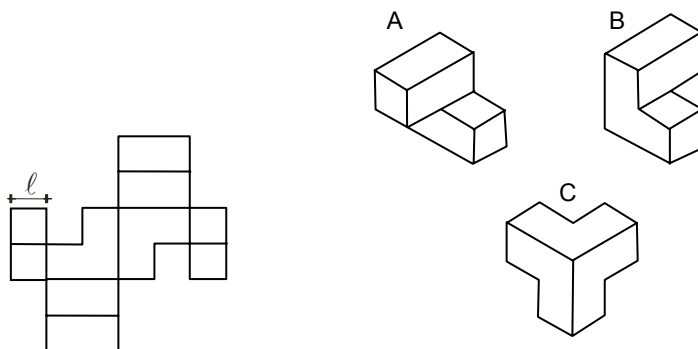
1-1) Falsa, pois  $h = \frac{g\sqrt{7}}{4} < \frac{3g}{4}$

2-2) Verdadeira, pois  $V = \frac{\pi g^3 \times 3\sqrt{7}}{64}$

3-3) Verdadeira, pois  $S = \frac{21\pi g^2}{16}$

4-4) Falsa. A altura do cone construído com um setor circular com ângulo central com medida  $90^\circ$  e raio  $g$  é  $\sqrt{g^2 - (g/4)^2} = \sqrt{15}g/4$ , enquanto que o construído com ângulo central de  $270^\circ$  mede  $\sqrt{7}g/4$ . Seu volume é  $\pi(g/4)^2 \sqrt{15}g/(3.4) = \pi\sqrt{15}g^3/192$ . A razão entre este volume e o anterior é  $\sqrt{15}/(9\sqrt{7}) = \sqrt{105}/63 \approx 0,16265 < 0,333... = 1/3$ .

03. Uma superfície poliédrica está planificada na figura maior. A seu respeito podemos afirmar:



- 0-0) O poliedro é convexo.  
 1-1) Seu volume equivale ao de quatro cubos de aresta  $l$ .  
 2-2) Pode ser representado na figura A.  
 3-3) Pode ser representado na figura B.  
 4-4) Pode ser representado na figura C.

Resposta: FVVVF

Justificativa:

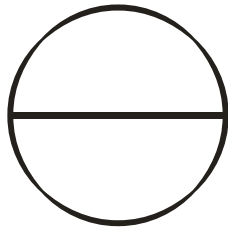
A planificação é uma maneira de identificação do sólido. Testa a capacidade viso-motriz do candidato, pois o mesmo pode corresponder a dois sólidos simétricos, diferenciados pelo sentido em que a superfície é desenvolvida no plano de uma das faces.

0-0) Falsa, pois contém faces não convexas. Há faces cujo plano atravessa o volume do sólido.

1-1) Verdadeira.

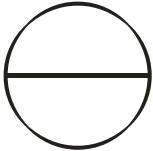
2-2) Verdadeira, correspondendo à armação do sólido dobrando a figura para



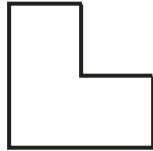


Qual das figuras a seguir pode ser vista do mesmo sólido?

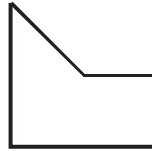
0-0)



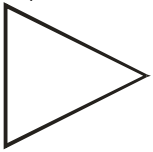
1-1)



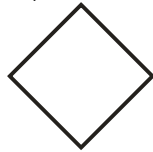
2-2)



3-3)



4-4)



Resposta: FVVVV

Justificativa:

Não há nenhuma necessidade de traçado, se o candidato percebe que todas as alternativas estão inscritas em um quadrado.

0-0) Falsa, pois somente a esfera inteira teria duas vistas com contorno circular, não justificando nenhuma aresta interna.

1-1) Verdadeira, pois pode ser recortada de um cilindro.

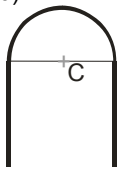
2-2) Verdadeira, idem.

3-3) Verdadeira, idem.

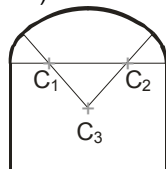
4-4) Verdadeira, idem.

**06.** Os arcos arquitetônicos geralmente são compostos de arcos de circunferência concordantes entre si ou com segmentos de reta. Identifique os arcos em que há concordância entre todas as suas partes.

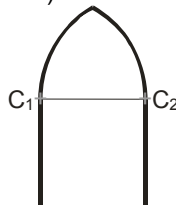
0-0)



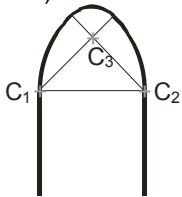
1-1)



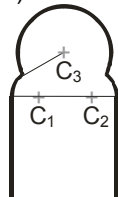
2-2)



3-3)



4-4)



Resposta: VVFVF

Justificativa:

Os arcos apresentados são mostrados em quase todos os livros de Desenho Geométrico, e as figuras deixam bem claro a correspondência dos centros de cada arco de circunferência de que são compostos.

- 0-0) Verdadeira, pois o arco pleno está concordando com as verticais laterais.
- 1-1) Verdadeira, pois há alinhamento entre os centros dos arcos e os pontos de emenda.
- 2-2) Falsa, pois não há concordância no ponto mais alto, onde se encontram os arcos de centros  $C_1$  e  $C_2$ .
- 3-3) Verdadeira, pois há alinhamento entre os centros e os pontos de emenda dos arcos.
- 4-4) Falsa, pois não há concordância entre os arcos laterais e o principal.

**07.** Nos mostradores digitais os algarismos aparecem de forma simplificada, composta por segmentos horizontais e verticais. Sobre essas formas, podemos afirmar, quando não são iguais a largura e a altura do algarismo:

- 0-0) A maioria dos algarismos têm eixo de simetria.
- 1-1) Alguns algarismos têm centro de simetria sem ter eixo de simetria.
- 2-2) Os algarismos que têm um eixo de simetria também possuem um segundo eixo de simetria.
- 3-3) Apenas os algarismos 0, 1 e 8 têm centro de simetria.
- 4-4) Os algarismos 4, 6, 7 e 9 não têm eixo de simetria.

Resposta: FVFFV

Justificativa:

Desenhando os dez algarismos, mesmo a mão livre, o candidato observará facilmente suas simetrias.

- 0-0) Falsa, pois apenas 0, 1, 3 e 8 têm eixo de simetria.
- 1-1) Verdadeira, pois é o que acontece com 2 e 5.
- 2-2) Falsa, pois o 3 só tem um eixo de simetria.
- 3-3) Falsa, pois o 2 e o 5 também têm.
- 4-4) Verdadeira.

**08.** Medindo seu sítio, com contorno de um quadrilátero convexo em uma região plana, um proprietário rural encontrou os seguintes números para os seus lados consecutivos, medidos em metros: 1250, 820, 950 e 1380. Notou que é reto o ângulo entre os dois primeiros lados medidos. O que se pode fazer nesse sítio?

- 0-0) Construir sua casa equidistante dos quatro lados do terreno.
- 1-1) Cercar o sítio com 2200 estacas, espaçadas de 2m.
- 2-2) Abrir porteiças nos pontos A, B, C e D, situadas no centro de cada lado do sítio e abrir estradas retas entre as porteiças de lados adjacentes. Tais estradas formarão um paralelogramo.
- 3-3) Plantar culturas diferentes dentro e fora do quadrilátero formado pelas estradas de porteira a porteira, e tais plantações ocuparão áreas iguais.
- 4-4) Abrir estradas retas da casa a cada porteira, e todas elas terão o mesmo comprimento.

Resposta: VVVVF

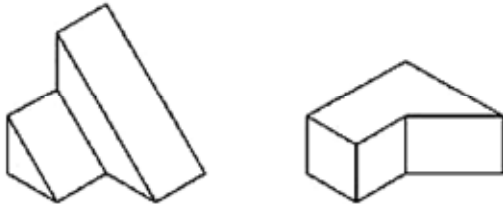
Justificativa:

O candidato pode responder a essa questão sem qualquer traçado. Conhecendo algumas propriedades dos quadriláteros, principalmente de quadriláteros circunscritíveis ao círculo, poderá desenhar uma figura com as medidas dadas, em escala apropriada ao desenho, e obter as respostas por medição da figura.

- 0-0) Verdadeira, pois a soma das medidas de lados opostos é 2200, caracterizando-o como circunscritível ao círculo, e possuindo um incentro equidistante dos quatro lados.
- 1-1) Verdadeira, já que o perímetro mede 4400m.

- 2-2) Verdadeira, pois é propriedade geral de qualquer quadrilátero.
- 3-3) Verdadeira, pois a área do paralelogramo, que tem lados paralelos às diagonais do quadrilátero, é a metade da área desse quadrilátero.
- 4-4) Falsa, pois as distâncias do incentro aos pontos médios dos lados do quadrilátero não são iguais.

**09.** Os dois sólidos estão representados em isometria. A seu respeito podemos afirmar:



- 0-0) Têm o mesmo volume.
- 1-1) Têm a mesma área superficial.
- 2-2) Têm o mesmo comprimento total de arestas.
- 3-3) Tem cada um deles cinco arestas paralelas entre si.
- 4-4) Tem cada um deles três faces em planos paralelos.

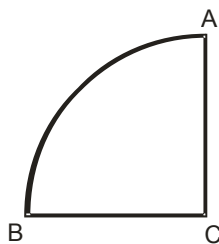
Resposta: VFFVF

Justificativa:

Como os poliedros dados são modulados e compostos de cubos inteiros e cortados por planos diagonais, a simples observação permite constatar que ambos têm o volume de dois cubos e meio.

- 0-0) Verdadeira.
- 1-1) Falsa, pois o primeiro tem área de 10 quadrados e 3 retângulos diagonais e o segundo de 11 quadrados e um retângulo diagonal.
- 2-2) Falsa, pois o primeiro tem de arestas o equivalente a 14 arestas e 6 diagonais do cubo, e o segundo a 17 arestas e 2 diagonais.
- 3-3) Verdadeira, pois no primeiro são 5 arestas horizontais paralelas, e no segundo 5 arestas verticais.
- 4-4) Falsa, pois no primeiro há 3 faces verticais paralelas, mas no segundo não há 3 faces em planos paralelos.

**10.** O canteiro de uma praça tem a forma do setor circular (ABC). Pretende-se instalar nele uma fonte luminosa equidistante dos três lados. Onde estará o ponto para instalar a fonte em tal condição?



- 0-0) Não há ponto equidistante dos três lados do setor.
- 1-1) No centro de uma circunferência tangente aos segmentos (AC) e (BC) e ao arco (AB).
- 2-2) Na interseção da corda (AB) com a bissetriz do ângulo em C.
- 3-3) No ponto médio do raio do arco (AB) que é bissetriz do ângulo em C.
- 4-4) Na interseção da bissetriz do ângulo em C com duas parábolas, uma passando em A e outra em B.

Resposta: FVFFV

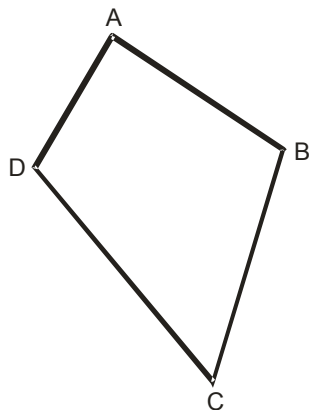
Justificativa:

O lugar geométrico de equidistância de duas retas concorrentes é a bissetriz do ângulo que elas formam. De uma reta e uma circunferência, é uma parábola.

- 0-0) Falsa, pois os três lugares geométricos se encontram em um mesmo ponto.
- 1-1) Verdadeira, pois a circunferência inscrita no setor circular é tangente aos seus lados retos e ao lado curvo.
- 2-2) Falsa, pois tal ponto está mais perto do lado curvo que dos lados retos do setor.
- 3-3) Falsa, pois tal ponto está mais perto dos lados retos que do lado curvo do setor circular.
- 4-4) Verdadeira.

11. Uma moeda circular precisa ser cunhada, contendo na sua face todo o quadrilátero (ABCD). A respeito da menor moeda possível que contenha a figura, podemos afirmar:

- 0-0) A, B e C são pontos da sua circunferência.
- 1-1) Três dos vértices do quadrilátero são pontos da sua circunferência.
- 2-2) Os quatro vértices são pontos da sua circunferência.
- 3-3) A e C são pontos da sua circunferência.
- 4-4) Uma das diagonais de (ABCD) é diâmetro da moeda.



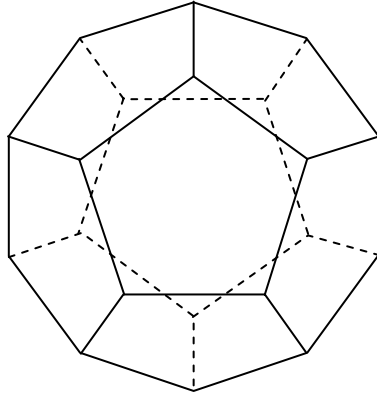
Resposta: FFFVV

Justificativa:

O candidato precisará medir as diagonais e os lados do quadrilátero, para constatar que (AC) é o maior de todos os segmentos. A circunferência que tem (AC) como diâmetro é a menor que envolve essa diagonal, e deixa os vértices B e D no seu interior, uma vez que seus ângulos internos são obtusos.

- 0-0) Falsa, pois só A e C pertencem à menor circunferência.
- 1-1) Falsa, idem.
- 2-2) Falsa, idem.
- 3-3) Verdadeira.
- 4-4) Verdadeira, pois AC é diâmetro da menor moeda.

12. A figura abaixo representa um dodecaedro regular em simetria quinária. A respeito das diagonais de face deste poliedro podemos afirmar:



- 0-0) 20 diagonais de face do poliedro estão em verdadeira grandeza.  
 1-1) O dodecágono que limita o dodecaedro, na figura, é regular.  
 2-2) Apenas duas faces do dodecaedro estão em verdadeira grandeza.  
 3-3) O diâmetro de uma esfera circunscrita ao dodecaedro é igual ao dobro da medida da sua aresta.  
 4-4) 12 diagonais de face do poliedro estão em verdadeira grandeza.

Resposta: VFVFF

Justificativa:

O dodecaedro possui 12 faces pentagonais regulares, e cada pentágono possui 5 diagonais.

Na simetria quinária, duas faces estão em verdadeira grandeza (VG). Logo, as diagonais dessas faces vão estar todas em verdadeira grandeza.

Cada diagonal do pentágono é paralela a um dos lados. Como cada face tem cinco lados e tem duas faces em verdadeira grandeza, vão existir 10 diagonais em verdadeira grandeza em relação às outras faces. Logo, na simetria quinária, 20 diagonais estão em verdadeira grandeza. Assim, temos:

- 0-0) Verdadeira.  
 1-1) Falsa. 10 é o número de diagonais em verdadeira grandeza dos dois pentágonos paralelos ao plano de projeção na simetria quinária.  
 2-2) Verdadeira. Apenas os dois pentágonos regulares concêntricos e paralelos do dodecaedro, na figura, se projetam em VG na simetria quinária.  
 3-3) Falsa. De verificação direta na figura.  
 4-4) Falsa, pois 12 é o número de faces do poliedro e cada face tem 5 diagonais.

- 13.** Os pontos A, B e C da figura abaixo são três dos vértices de um quadrilátero convexo (ABCD) que circunscribe uma circunferência de raio igual a 2,5 cm. A seu respeito, podemos afirmar que:

A  
+

+ C

B +

- 0-0) O ângulo em A e o ângulo em C são suplementares.
- 1-1) O lado (AD) mede  $\approx 2,0$  cm.
- 2-2)  $(CD) = ((AB) + (BC)) - (AB)$
- 3-3)  $(AC) = (BD)$
- 4-4) O quadrilátero é circunscritível e inscritível.

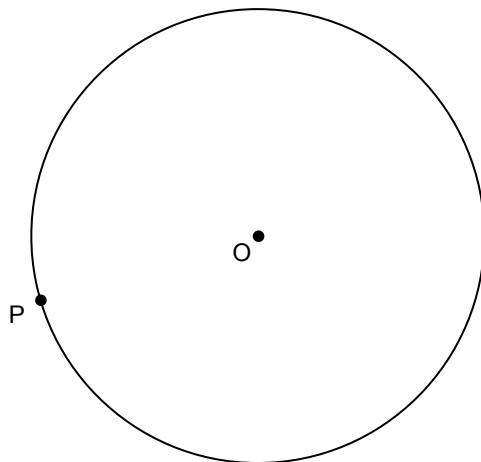
Resposta: FVVFF

Justificativa:

Como o quadrilátero circunscribe uma circunferência, o centro desta, obrigatoriamente, vai se encontrar na bissetriz do ângulo (ABC). Para a circunferência ficar inscrita no quadrilátero, o seu centro deve distar do segmento (AB) ou (BC) de 2,5 cm. As tangentes tiradas por A e por C à circunferência de raio 2,5 cm, interceptam-se no ponto D.

- 0-0) Falsa. Como pode ser observado na figura, a soma dos ângulos em A e em C não é  $180^\circ$ .
- 1-1) Verdadeira, a partir da justificativa acima.
- 2-2) Verdadeira, pois esta é a condição de circunscrição de um quadrilátero convexo.
- 3-3) Falsa, pois o quadrilátero teria que ser retângulo, quadrado, ou trapézio isósceles.
- 4-4) Falsa, pois seus ângulos internos opostos não são suplementares.

14. Observe a circunferência de centro O da figura abaixo e considere o ponto P fixo. Nesta situação é possível afirmar:



- 0-0) Uma corda (PQ) da circunferência, oposta a um ângulo central de  $60^\circ$ , também é oposta a um arco capaz de  $120^\circ$ .
- 1-1) Para a corda (PR) da circunferência igual a 4 cm, o ângulo inscrito (PXR) é superior a  $40^\circ$ .

- 2-2) Para a corda (PS) da circunferência igual a 5 cm, o ângulo central (POS) é agudo.
- 3-3) Se três cordas, (PS), (ST) e (PT), determinam um triângulo equilátero inscrito na circunferência, o arco (PTS) é "capaz de ver" o segmento (PT) sob um ângulo de  $60^\circ$ .
- 4-4) Quando o ângulo (PUV) mede  $90^\circ$ , a corda (PV) mede 6 cm.

Resposta: VVFVV

Justificativa:

Uma corda divide uma circunferência em dois arcos. Cada arco deste é capaz de um ângulo inscrito.

Cada corda da circunferência determinará um triângulo isósceles cujos lados iguais terão a medida do raio da circunferência. O ângulo central e, conseqüentemente, o ângulo inscrito ficam, então determinados.

0-0) Verdadeira.

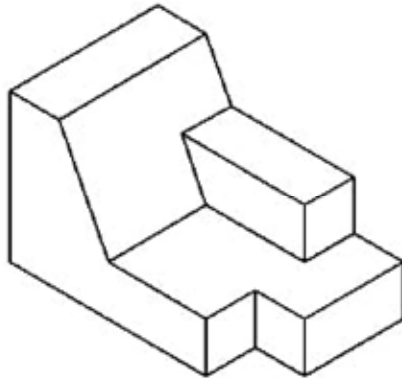
1-1) Verdadeira.

2-2) Falsa. O ângulo é de  $112,89^\circ$ .

3-3) Verdadeiro.

4-4) Verdadeiro, constituindo um arco capaz de  $90^\circ$ ; 6 cm é o diâmetro da circunferência.

15. Uma peça, recortada de um paralelepípedo retângulo, está representada em isometria na figura abaixo. Desenhe a vista ortogonal superior dessa peça, na folha de respostas, justificando o traçado.



Resposta:

Justificativa:

Após traçar a vista, o candidato deverá justificar a obtenção das medidas, que poderão ser tomadas em verdadeira grandeza nas direções das arestas do paralelepípedo circunscrito.

16. A fachada de um prédio tem largura de 12m. Na folha de respostas, trace um segmento de reta que represente, em planta na escala de  $1/200$ , a linha de fachada desse prédio. Localize na planta todos os pontos que estão a 8m do ponto médio da fachada, e dos quais esta fachada seja observada sob ângulo de  $60^\circ$ . Justifique o traçado.

Resposta:

Justificativa:

Não há problema em traçar um segmento de fachada, com 6 cm, na folha de respostas. Determinando seu centro, o lugar geométrico dos pontos dele distante de 8m será, em planta, uma circunferência de raio 4cm. O lugar geométrico dos vértices dos ângulos de  $60^\circ$  cujos lados passam pelos pontos extremos da fachada será um arco capaz. A interseção dos dois lugares geométricos se dará em dois pontos, solução da questão.

Essa questão equivale á construção de um triângulo, dado por um lado, pelo ângulo oposto a esse lado, e pela mediana relativa ao mesmo lado.

Após traçar a vista, o candidato deverá justificar a obtenção das medidas, que poderão ser tomadas em verdadeira grandeza nas direções das arestas do paralelepípedo circunscrito.